



Influencia de las fluctuaciones al azar en la determinación de la inclinación de disparo de cañón PASCO ME-6825

Pablo Ricardo Fernández Esteberena¹, Agustín Emilio Melzi²

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, Tandil (Argentina)

¹pablo.rfe@gmail.com

²emilio.155@hotmail.com

Introducción

El dispositivo PASCO ME-6825 es un cañón a resorte que dispara esferas de 16mm de diámetro con tres posibles velocidades iniciales distintas.



Cañón a resorte PASCO ME-6825

Cuenta con un goniómetro para determinar el ángulo de disparo θ con una incertidumbre instrumental $u_{i,\theta} = 1^\circ$.

Mediante disparos horizontales puede calcularse la aceleración de la gravedad. Para esto se deben medir las alturas de caída h y los tiempos de vuelo T de una serie de disparos. Según el modelo de caída libre para un $\theta = 0^\circ$:

$$g = \frac{2h}{T^2}$$

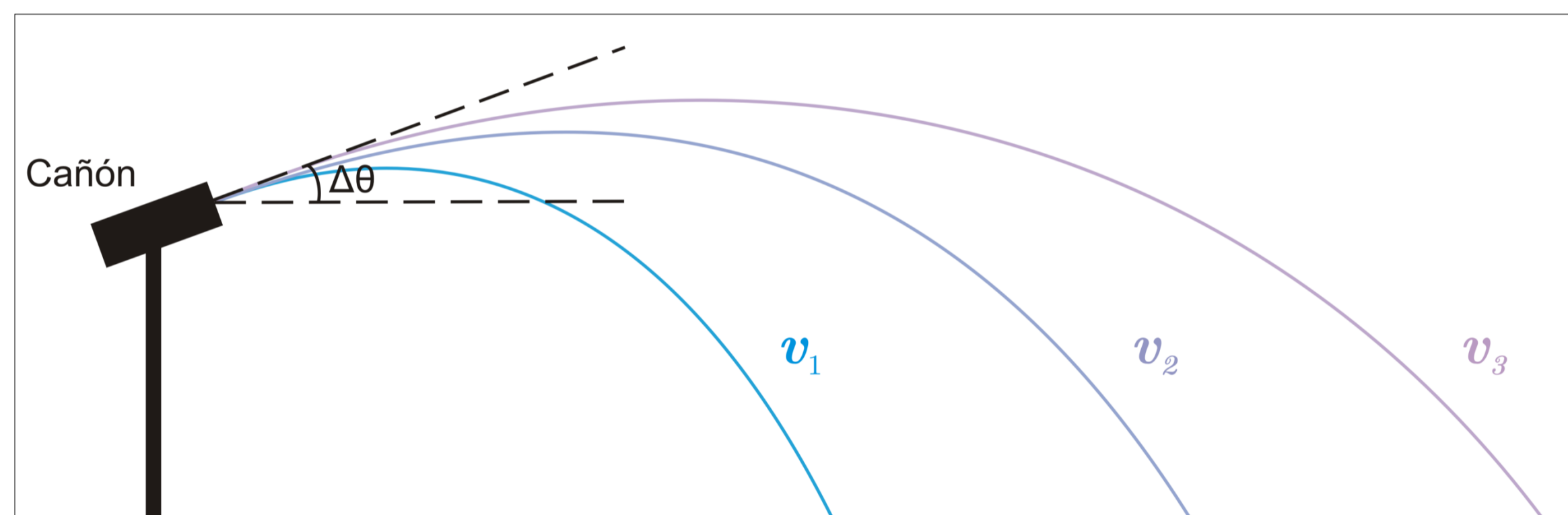
Sin embargo cuando se quiere establecer el ángulo en 0° , dicha incertidumbre puede producir una inclinación en el cañón $\Delta\theta$.

En este trabajo se propone un método para determinar el signo del ángulo de disparo del cañón para poder luego buscar el 0° .

El método consiste en realizar tres series de disparos manteniendo el ángulo de disparo θ fijo y midiendo los tiempos de vuelo T . En cada una se utiliza una de las velocidades $v_1 < v_2 < v_3$. Si:

- $\Delta\theta > 0 \rightarrow \Delta T$ aumenta con la velocidad
- $\Delta\theta < 0 \rightarrow \Delta T$ disminuye con la velocidad
- $\Delta\theta = 0 \rightarrow \Delta T$ no depende de la velocidad

Puede verse un diagrama de este efecto en la siguiente figura para el caso en que $\Delta\theta > 0$:

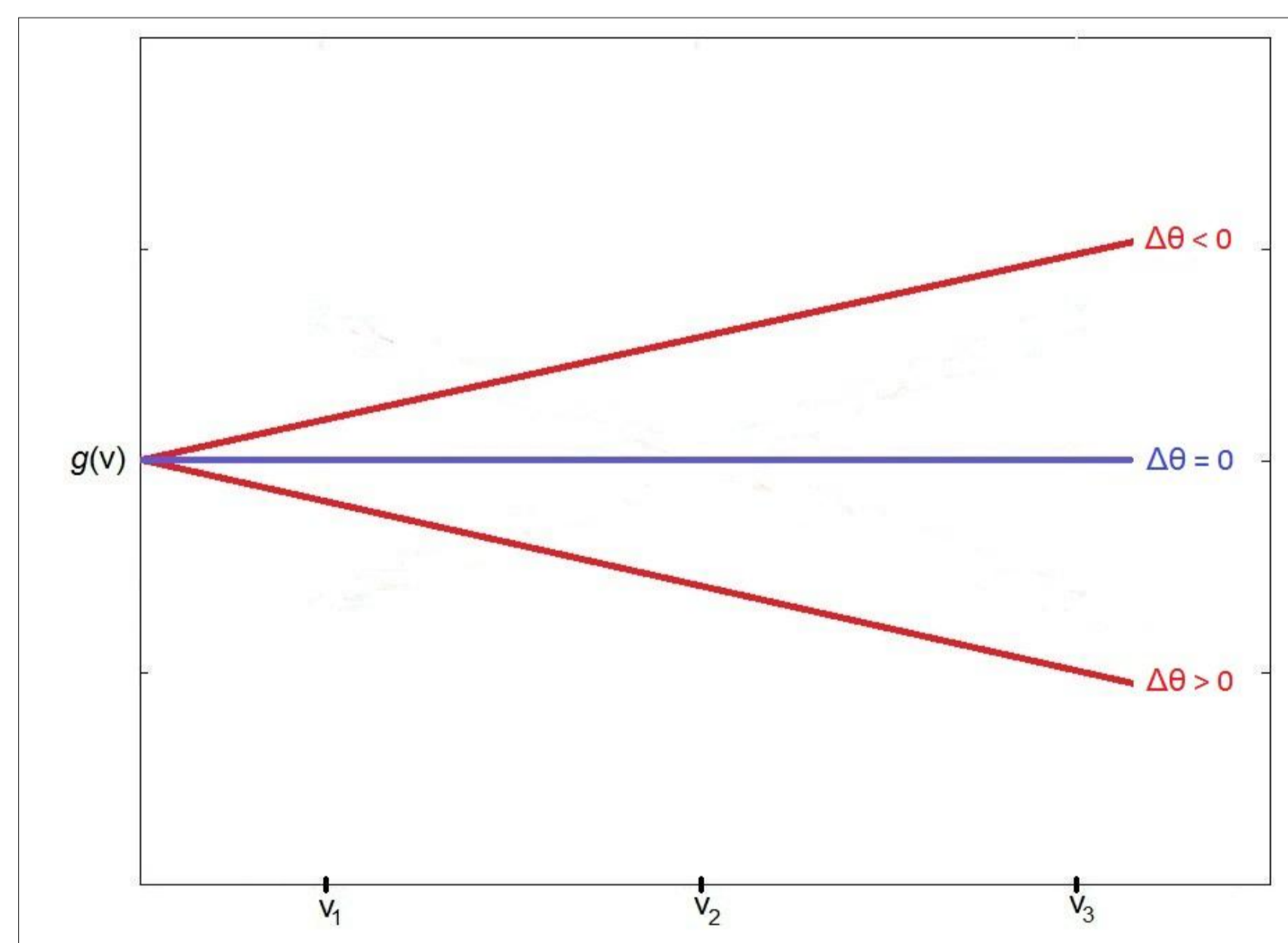


Trayectorias para un mismo cuerpo lanzado con las tres velocidades distintas con un θ establecido en 0° afectado por un $\Delta\theta > 0$. El tiempo de vuelo T aumenta con la velocidad de lanzamiento.

Cada variación ΔT en el tiempo de vuelo produce una variación Δg inversamente proporcional en el valor de g calculado según la expresión mencionada anteriormente. Por lo tanto:

- $\Delta\theta > 0 \rightarrow \Delta T > 0 \rightarrow \Delta g < 0$
- $\Delta\theta < 0 \rightarrow \Delta T < 0 \rightarrow \Delta g > 0$

Esto puede verse esquematizado en la siguiente figura:



Relación entre los valores de g calculados y las tres velocidades de disparo $v_1 < v_2 < v_3$ para distintos ángulos de disparo.

Las líneas para $\theta \neq 0$ son rectas sólo a modo de ilustración; no reflejan el comportamiento real de $g(v)$.

De esta manera pueden calcularse los valores de g a partir de los tiempos de vuelo y las altura de caída y compararlos para saber cuál es el $\Delta\theta$ con el que se disparó.

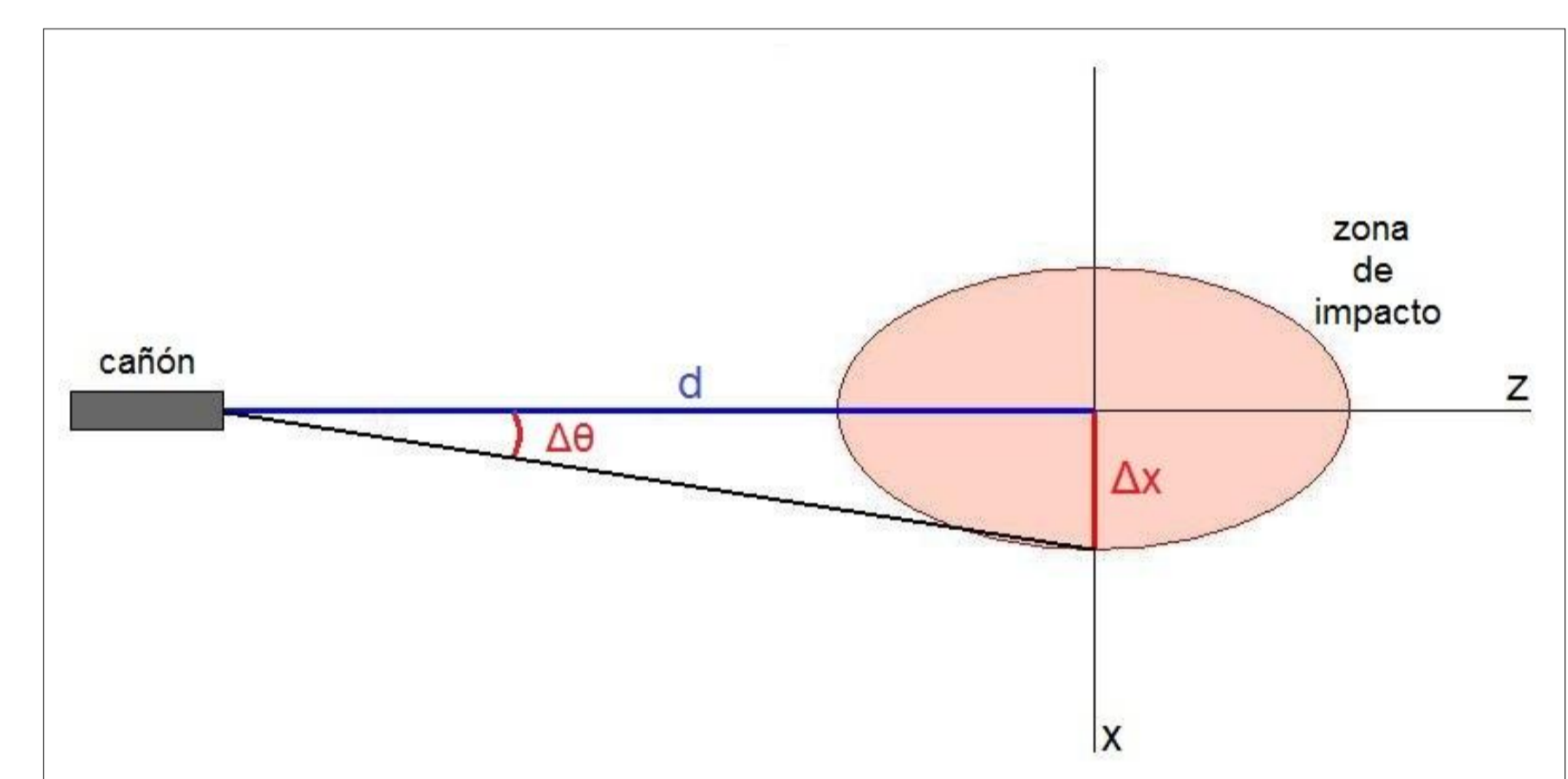
También están presentes las incertidumbres al azar $u_{a,\theta}$. Si:

- $u_{a,\theta} > u_{i,\theta}$ o $u_{a,\theta} \approx u_{i,\theta} \rightarrow$ no sería posible confiar en el goniómetro para conseguir el θ necesario para calcular g
- $u_{a,\theta} < u_{i,\theta} \rightarrow$ podrá utilizarse el método descrito con anterioridad.

Para estimar las fluctuaciones al azar se hace la suposición de que las variaciones de $\Delta\theta$ que se originan respecto al plano horizontal son iguales a los originados respecto al plano vertical del disparo. Conociendo los puntos en los que impacta una serie de disparos puede calcularse su punto medio:

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{P}_i}{n}$$

donde los \vec{P}_i son las coordenadas de cada disparo y n es la cantidad de disparos. Entonces se mide la dispersión máxima Δx respecto a \bar{P} . En la siguiente figura se puede ver la zona de impacto de los disparos, y la máxima variación al azar $\Delta\theta$ de disparo:



Puede así evaluarse qué $\Delta\theta$ es responsable de la dispersión al azar Δx mediante trigonometría:

$$\tan(\Delta\theta) = \frac{\Delta x}{d}$$

$$\Delta\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\Delta x}{d}\right)$$

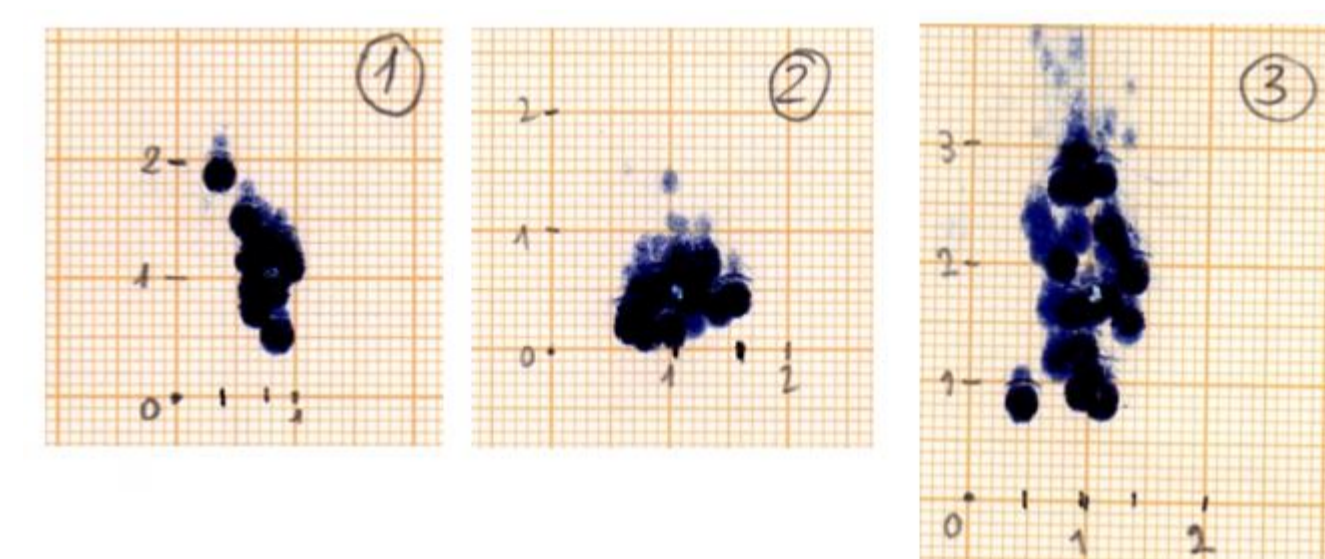
siendo d la distancia sobre el plano horizontal desde el cañón hasta \bar{P} .

Método experimental

Se montó el cañón sobre una plataforma, la cual se fijó a una mesada por medio de dos mordazas, de tal forma que cuando lanzaba el proyectil, el mismo caía en el piso. El proyectil impacta sobre una hoja milimetrada debajo de papel carbónico de modo que se imprima el punto en el que cae el proyectil en cada disparo. Con cada una de las tres velocidades de tiro se realizaron veinte mediciones, desde una altura fija $h = (66,1 \pm 0,1)$ cm, observando la nube de puntos resultante sobre la hoja milimetrada.

Resultados y análisis

Luego de realizar los disparos se obtuvieron las nubes de puntos impresas con tinta sobre la hoja milimetrada visibles en la siguiente figura:



Impresiones de tinta de los impactos de las series de disparos para las velocidades 1, 2 y 3 respectivamente. Las escala está en cm.

De realizar las mediciones sobre estas nubes de puntos se obtuvieron las variaciones máximas en x ($u_{a,x}$) con sus respectivas variaciones máximas en θ ($u_{a,\theta}$) asociadas correspondientes a cada velocidad de disparo. Se muestran estos valores y los valores de d medidos en la tabla siguiente:

	d	$u_{a,x}$	$u_{a,\theta}$
v_1	133,4 cm	3 mm	$0^\circ 7' 36''$
v_2	167,4 cm	6 mm	$0^\circ 12' 18''$
v_3	214,0 cm	5 mm	$0^\circ 10' 23''$

Como los valores de u_a son mucho menores a la incertidumbre instrumental $u_i = 1^\circ$ se concluye que las fluctuaciones al azar son lo suficientemente pequeñas como para utilizar el método propuesto.

Referencias

- Fernández Esteberena, P. R.; Melzi, A. E. Determinación de la aceleración de la gravedad mediante tiro horizontal. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Bs.As. 2011.
- Resnick-Halliday-Krane. Física volumen 1. 5ta edición. Grupo editorial Patria. México, 2010.

Conclusiones

Como resultado de este trabajo puede concluirse que la influencia de las fluctuaciones al azar es despreciable en la determinación del ángulo de cada disparo. En consecuencia, el método antes descrito para determinar la orientación del cañón, puede implementarse de manera satisfactoria.